

Längenkontraktion

Objekte, die sich sehr schnell bewegen, sind in Bewegungsrichtung verkürzt. Senkrecht zur Bewegungsrichtung schrumpfen sie jedoch nicht! (Siehe Abbildung)

Hier siehst du ein Raumschiff, das von der Erde zu Alpha Centauri fliegt (Alpha Centauri ist ein Stern in unserer Galaxie, der 4.3 Lichtjahre entfernt ist; 1 Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt, das sind $2.998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m}$)

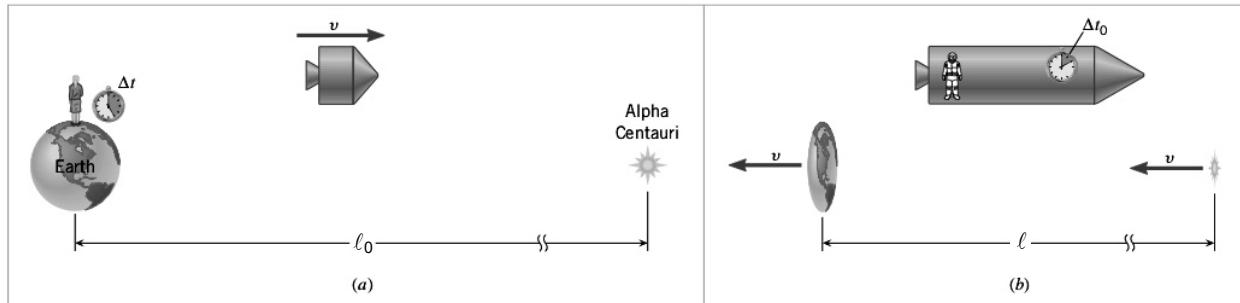


Bild: Cutnell & Johnson, Physics

(a) beschreibt die Reise in einem Inertialsystem, in dem sich das Raumschiff mit der Geschwindigkeit v bewegt («ruhender Beobachter»). Die Strecke ℓ_0 bewegt sich nicht.

Δt : Ist die Zeit, die im Inertialsystem gemessen wird, in dem sich das Raumschiff bewegt und die Strecke ruht.

ℓ_0 : Ist die *ruhende* Strecke, die im Inertialsystem gemessen wird, in dem sich das Raumschiff bewegt (wobei sich die gemessene Strecke nicht bewegt).

(b) beschreibt die Reise in einem Inertialsystem, in dem das Raumschiff ruht (das sich mit dem Raumschiff mitbewegt, «bewegter Beobachter»). Die Erde und Alpha Centauri fliegen mit der Geschwindigkeit v am Raumschiff vorbei. Die Strecke ℓ bewegt sich.

Δt_0 : Ist die Zeit, die im Inertialsystem gemessen wird, in dem das Raumschiff ruht und die Strecke sich bewegt (aus der Sicht von jemanden, der sich mit dem Raumschiff mitbewegt).

ℓ : Ist die *bewegte* Strecke, die im Inertialsystem gemessen wird, in dem das Raumschiff ruht (wobei die gemessene Strecke am Raumschiff vorbeifliegt)

Weil im Inertialsystem «Raumschiff» die Zeit langsamer vergeht, misst man eine kürzere Zeit, um die Strecke von der Erde zu Alpha Centauri zurückzulegen. Bei gleicher Geschwindigkeit v wird in einer kürzeren Zeit eine kürzere Strecke zurückgelegt:

(a) Zurückgelegte Strecke im Inertialsystem «Erde»:

$$\ell_0 = v \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\ell_0}{\Delta t}$$

(b) Zurückgelegte Strecke im Inertialsystem «Raumschiff»:

$$\ell = v \cdot \Delta t_0 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\ell}{\Delta t_0}$$

Daraus folgt:

$$v = \frac{\ell_0}{\Delta t} = \frac{\ell}{\Delta t_0} \quad \Rightarrow \quad \ell = \ell_0 \cdot \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \quad \text{einsetzen von} \quad \Delta t = \Delta t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{ergibt}$$

$$\boxed{\ell = \ell_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$